

ANÁLISIS SIMBÓLICO DE CIRCUITOS MEDIANTE TÉCNICAS DE ANÁLISIS NODAL MODIFICADO.

A. Roldán, J.B. Roldán

*Departamento de Electrónica y Tecnología de los Computadores.
Facultad de Ciencias. Universidad de Granada. España.*

Se presenta nueva herramienta para la resolución de circuitos electrónicos mediante la técnica del Análisis Nodal Modificado (ANM) que permite obtener las expresiones matemáticas para el cálculo de las tensiones y corrientes de manera simbólica para circuitos electrónicos. La utilización de Mathematica® como herramienta docente multiplataforma permite el aprovechamiento de su capacidad de análisis simbólico para la obtención de las expresiones de las magnitudes que caracterizan la operación del circuito electrónico a partir de la descripción topológica del circuito, permitiendo al alumno la obtención de resultados automáticos y compactos en circuitos con un número alto de componentes.

1. Introducción

La obtención simbólica de las expresiones de tensión y corriente en circuitos electrónicos con muchos componentes ha sido siempre un proceso complejo que demandaba gran cantidad de recursos computacionales. La aparición de simuladores de circuitos como SPICE - *Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis*, ha simplificado el problema del diseño de circuitos porque permite la obtención de los valores numéricos de las magnitudes circuitales, facilitando así la labor al diseñador.

El análisis de circuitos es un elemento fundamental para el diseño eficiente de circuitos integrados (C.I.). Desde que están disponibles los computadores, los diseñadores han construido programas específicos para realizar el análisis de circuitos de manera automática. Los profesionales de la electrónica y los estudiantes utilizan normalmente estos simuladores; sin embargo, no cubren todos los aspectos necesarios en el proceso de análisis permitiendo únicamente la verificación de las características de un circuito previamente diseñado. Otras tareas como la obtención de funciones de transferencia, diagramas polo-cero, el lugar de las raíces, diagramas de Bode paramétricos, coeficientes de distorsión armónica, etc. pueden ser obtenidas a través de un *analizador simbólico de circuitos*.

La primera generación de los analizadores simbólicos apareció a finales de los años 60 y recopilaban las técnicas desarrolladas hasta el momento [1]. Estos simuladores no tuvieron gran difusión entre los diseñadores [2] debido a que los costes computacionales eran muy grandes para la capacidad de la época y a que no satisfacían las necesidades y requerimientos de los diseñadores. En los años 70, los analizadores simbólicos quedaron relegados a un segundo plano en favor de los analizadores numéricos. Este escenario cambió durante los años 80 con el auge económico y el interés por los ASIC - *Application-Specific Integrated Circuit*, analógicos y mixtos. Los analizadores simbólicos ganaron rápidamente el reconocimiento por: a) facilitar el conocimiento más profundo del comportamiento de los circuitos analógicos, b) proporcionar automáticamente modelos de comportamiento de circuitos integrados, c) generar modelos compilados para evaluaciones repetitivas requeridas para la síntesis analógica. En este contexto aparecieron aplicaciones como SSPICE, ASAP, SYNAP, etc.

El cálculo de las tensiones y corrientes de las mallas de un circuito electrónico de manera simbólica presenta grandes ventajas porque permite, de manera sencilla, la obtención de las funciones de impedancia, transferencia entrada-salida, etc. Por otro lado, el análisis en el dominio de la frecuencia, el

estudio de la sensibilidad del circuito frente a variaciones de los valores de los elementos discretos, o parámetros de los dispositivos activos, y la obtención de respuestas en el dominio del tiempo mediante el uso de la transformada directa-inversa de Laplace se simplifica.

De este modo, la existencia de una herramienta automática y gratuita que procese la descripción topológica, o *netlist* del circuito, y genere las expresiones simbólicas, podría reducir de manera importante el tiempo de síntesis y análisis de circuitos electrónicos. A la vez, aumentaría la información disponible por parte del ingeniero electrónico, mejorando de este modo su productividad.

Este trabajo presenta una recopilación de las herramientas automáticas disponibles en el mercado para la obtención simbólica de las magnitudes que caracterizan el funcionamiento de un circuito electrónico. Posteriormente, introduce la aplicación “*SNCA*” (*Symbolic Nodal Circuit Analyzer*) para *Mathematica*[®] que, utilizando el método ANM [3], similar al usado por el clásico simulador SPICE, obtiene las magnitudes tensión-corriente de un circuito con un número alto de componentes. Para dar a conocer las bondades de la herramienta se mostrará la simplicidad de su manejo para el análisis de un circuito de test de un número alto de componentes.

2. Motivación

Existen en la actualidad bastantes programas de simulación numérica de circuitos que se utilizan en diseño de circuitos electrónicos, tanto en ambientes industriales como académicos. Todos son de pago. De hecho, las herramientas TCAD que se utilizan en la industria electrónica actual son, en general, de las más caras del mercado, debido al alto valor añadido de los productos electrónicos y su demanda en la sociedad actual. Estos precios son prohibitivos para cualquier estudiante de electrónica. Por eso, cualquier herramienta de simulación de distribución gratuita sería de gran interés para el alumnado de carreras técnicas relacionadas con la electrónica.

En el contexto de la simulación de circuitos, la simulación simbólica está relegada a problemas de clase durante el periodo de formación del estudiante de electrónica. El estudio de circuitos complejos se realiza descomponiendo el problema en diferentes subcircuitos más simples, cuyo comportamiento y propiedades se han estudiado previamente. Esta técnica de análisis es útil para la obtención rápida de resultados y ha sido suficiente en un gran número de casos. No obstante, con la ayuda de herramientas matemáticas de última generación, se pueden obtener los resultados completos del análisis de un circuito, y de ese modo se abre la posibilidad del estudio del comportamiento en frecuencia, el análisis de sensibilidad, etc.

En la actualidad existen algunos simuladores que introducen la posibilidad de análisis simbólico como:

- [Analog Insydes](#), herramienta muy completa desarrollada por el [Instituto Fraunhofer](#), de pago y sobre Mathematica[®]
- [SAPWIN](#), Dpto. Electrónica de la Universidad de Florencia, freeware y sobre Windows[®]
- [SSPICE](#) – *Symbolic SPICE*, Michigan State University, freeware, sobre MS-DOS[®]
- [SchematicSolver](#), potente herramienta de captura de esquemáticas, análisis simbólico, procesado e implementación, autor Miroslav Lutovac, de pago y sobre Mathematica[®]
- [STAINS](#) - *Symbolic Two-Port Analysis via Internal Node Suppression* [4], por Dr Benedykt S. Rodanski en Fac. of Engineering, Sydney (Australia), sobre EXCEL[®]
- [Circuit Magic](#) - *Symbolic Electrical Circuits Analysis for electrical engineering students*, necesario registro y sobre Windows[®]
- [SNAP](#) - *Symbolic, semisymbolic, and numerical analysis of electronic circuits*, freeware y sobre Windows[®]
- [XFUNC22](#) - *Symbolic Circuit Analysis SW*, necesario registro, sobre MS-DOS[®]
- [SCAM](#) - *Symbolic Circuit Analysis in MatLab*, Erik Cheever, [Dep. of Engineering Swarthmore College](#), freeware sobre Matlab[®]

3. Técnica de análisis circuital utilizada.

El análisis automático de circuitos electrónicos tanto en su vertiente numérica como simbólica ha estado caracterizado por la técnica utilizada para establecer el sistema de ecuaciones que gobierna el comportamiento del circuito. Existen dos métodos bien diferenciados: el Análisis Nodal Modificado [3] y el Sparse Tableau [5]. Dado que los creadores de SPICE utilizaron el primer método y la trascendencia que ha tenido históricamente este simulador, lo hemos elegido para la implementación de nuestro analizador simbólico.

El método de Análisis Nodal Modificado permite describir un circuito lineal como un sistema de ecuaciones lineales representado por la (Ec. 1) para n nodos y m fuentes independientes de tensión:

$$Ax=z \rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\text{donde: } A = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{j} \end{bmatrix}, z = \begin{bmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix} \quad (2)$$

En caso de introducir en el circuito amplificadores operacionales ideales y/o fuentes controladas de tensión o corriente, el valor de m se vería incrementado dependiendo del tipo de fuente. El contenido de las diferentes submatrices de la (Ec. 2) se presenta a continuación:

- **G** es la matriz de conductancias de tamaño $n \times n$. Sus elementos se obtienen de las derivadas de las ecuaciones de Kirchhoff¹ de tensión con respecto a las tensiones nodales.
- **B** es una matriz de tamaño $n \times m$ donde m es el número de nuevas variables (corrientes) que aparecen al introducir los amplificadores operacionales y generadores de tensión tanto dependientes como independientes. Sus elementos se obtienen de las derivadas de las ecuaciones de Kirchhoff de tensión con respecto a las nuevas variables.
- **C** matriz de tamaño $m \times n$ cuyos elementos se obtienen a partir de las derivadas de las nuevas ecuaciones introducidas con respecto a las tensiones nodales.
- **D** matriz de tamaño $m \times m$ cuyos elementos contienen las derivadas de las nuevas ecuaciones respecto de las nuevas variables.
- **v** es un vector de n tensiones nodales.
- **j** es un vector de m nuevas corrientes de malla introducidas.
- **i** es el vector de las corrientes de excitación. El elemento k -ésimo de **i**, i_k , es la suma de todas las corrientes independientes entrantes al nodo k .
- **e** es el vector de las fuentes de tensión de malla.

Así pues, el sistema de ecuaciones que describe al circuito y que queda representado en la ecuación (Ec. 1) se va almacenando en una estructura de datos siguiendo un proceso de análisis sistemático del fichero *netlist* que describe al circuito. Una vez el sistema está completo se procede a la resolución simbólica de las incógnitas mediante un procedimiento optimizado para resolución de sistemas lineales (Ec. 3):

$$x = \text{LinearSolve}[A, z]; \quad (3)$$

El tiempo de cálculo depende del tamaño del sistema de ecuaciones a resolver. A modo de ejemplo, se presenta el conjunto de valores para las submatrices de (Ec. 2) [**G**, **B**, **C**, **D**] correspondientes a

¹ Denominadas de este modo en 1847 en honor al científico alemán Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887).

los casos de fuentes dependientes de tensión controladas por corriente y por tensión que añaden la máxima complejidad al sistema de ecuaciones circuitales.

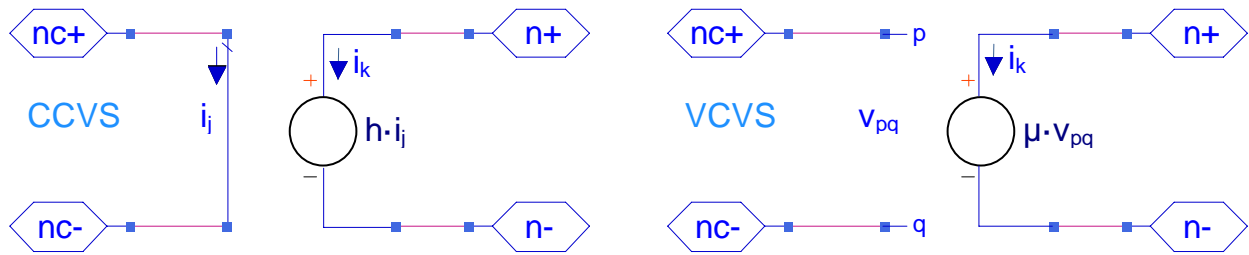


Figura 1. (A) Fuente dependiente de tensión CCVS, (B) Fuente dependiente de tensión VCVS.

Tabla 1. Submatrices generadas para el análisis automático.

	$n+$	$n-$	$nc+$	$nc-$	i_k	i_j
$n+$					1	
$n-$					1	
$nc+$						1
$nc-$						-1
i_k	1	-1				-h
i_j			1	-1		

(A). Submatrices para CCVS

	$n+$	$n-$	$nc+$	$nc-$	i_k
$n+$					1
$n-$					-1
$nc+$					
$nc-$					
i_k	1	-1	$-\mu$	μ	

(B). Submatrices para VCVS

Los analizadores simbólicos [6] más avanzados integran además las técnicas de aproximación, post-procesado y la extensión para casos de no-linealidad débil. Las rutinas de simplificación reducen la complejidad de la fórmula obtenida mediante la eliminación de los términos o subexpresiones insignificantes basándose en estimaciones numéricas de los parámetros simbólicos. La simplificación o aproximación es requerida incluso para pequeños circuitos dado el crecimiento exponencial del tamaño de las expresiones con el tamaño del circuito. El procedimiento convencional de simplificación consta de dos partes, en la primera se obtiene la expresión simbólica completa y en la segunda se realiza la simplificación; este caso se denomina *SAG (Simplification After Generation)*. Diferentes tipos de estrategias SAG han sido implementadas en simuladores: ISAAC [7] y SSPICE [8] y ASAP [9] para expresiones de formato expandido y SYNAP[10] y ASAP para expresiones de formato enlazado.

Las técnicas SAG están limitadas a pequeños y medianos circuitos (menores de 100 símbolos) debido a la necesidad de generar las expresiones completas. Los circuitos de mayor tamaño pueden ser analizados utilizando nuevas estrategias de simplificación durante (*SDG-Simplification During Generation*) y antes (*SBG-Simplification Before Generation*) de la etapa de análisis.

4. Arquitectura del analizador simbólico de circuitos.

Para el desarrollo del nuevo analizador simbólico de circuitos se han tenido en cuenta las características particulares de la actividad docente que se suele impartir actualmente en las aulas o laboratorios, y las necesidades profesionales más básicas. En particular, la configuración variada de ordenadores y de sistemas operativos existentes en las aulas o laboratorios de docencia ha motivado la utilización de una herramienta de cálculo matemático multiplataforma. Las posibilidades existentes en nuestro campus y sin pérdida de generalidad son: Mathematica® y Matlab®. Ambas plataformas son ampliamente conocidas por los estudiantes. En nuestro caso se ha elegido Mathematica® dado que es utilizada como herramienta base en casi todas las asignaturas de matemáticas de titulaciones técnicas.

El objetivo que se persigue es la obtención automática de las leyes constitutivas de los circuitos electrónicos a partir del *netlist*, o listado de elementos y conexionado. Con tal fin, se automatiza la obtención del sistema matricial simbólico que relaciona las tensiones y corrientes en un circuito, mediante las Leyes de Kirchhoff - *KL*.

El proceso utilizado se representa en la figura 2, donde se describe cómo a partir de un circuito de B ramas y N nodos se obtienen un conjunto de ecuaciones relativas a $N+B$ leyes de conservación *KL* y B leyes constitutivas para resolver las incógnitas correspondientes a B corrientes de rama (i), N tensiones nodales (e) y B tensiones de rama.

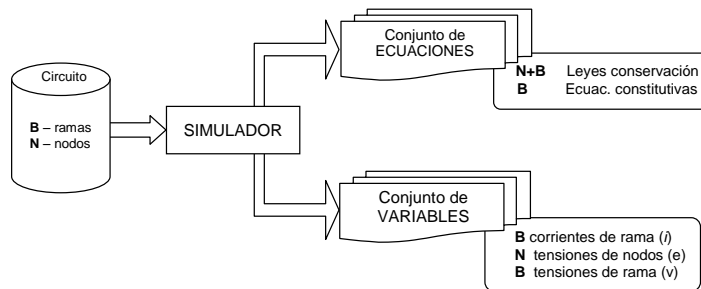


Figura 2. Proceso de generación automática de ecuaciones

La implementación del algoritmo en Mathematica[®] se detalla en la figura 3. Una función que realiza el procesado del fichero de descripción topológica, figura 5.b, donde se analiza cada elemento, va añadiendo las ecuaciones, incógnitas y términos independientes para formar el sistema de ecuaciones, figura 5, que será resuelto por el núcleo de la herramienta matemática para obtener simbólicamente las tensiones y corrientes, figura 6.

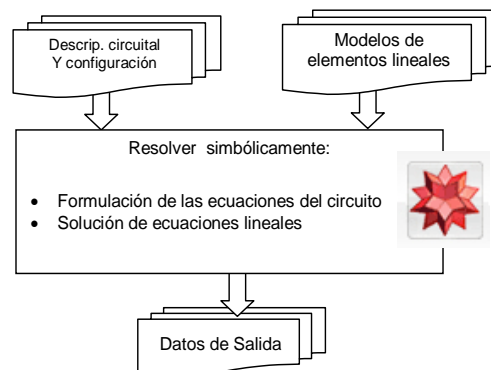


Figura 3. Proceso de generación automática de ecuaciones

El interfaz del algoritmo permite la obtención de ayuda en línea, ver figura 5. Además tiene disponible a elección por parte del usuario del modo de operación en simbólico (*Symbolic* \rightarrow *True*) o en numérico (*Symbolic* \rightarrow *False*) y el nivel de ayuda en forma de mensajes intermedios mostrados al usuario (*HelpLevel* \rightarrow 2).

In[16]:= ? SNCA

SNCA circuito,simbolico,output Proporciona las ecuaciones tanto de las tensiones en los nodos del circuito,como de las corrientes que circulan por éste, si circuito se da en el formato adecuado.

Elementos circuitales disponibles:

- R | Rx · Resistencia
- L | Lx · Inductancia
- C | Cx · Capacitor
- V | Vx · Generador Independiente de Tensión
- I | Ix · Generador Independiente de Corriente
- VCCS | Gx · Generador dependiente de corriente controlado por tensión
- CCCS | Fx · Generador dependiente de corriente controlado por corriente
- VCVS | Ex · Generador dependiente de tensión controlado por tensión
- CCVS | Hx · Generador dependiente de tensión controlado por corriente
- Oamp | Ox · Amplificador Operacional Ideal

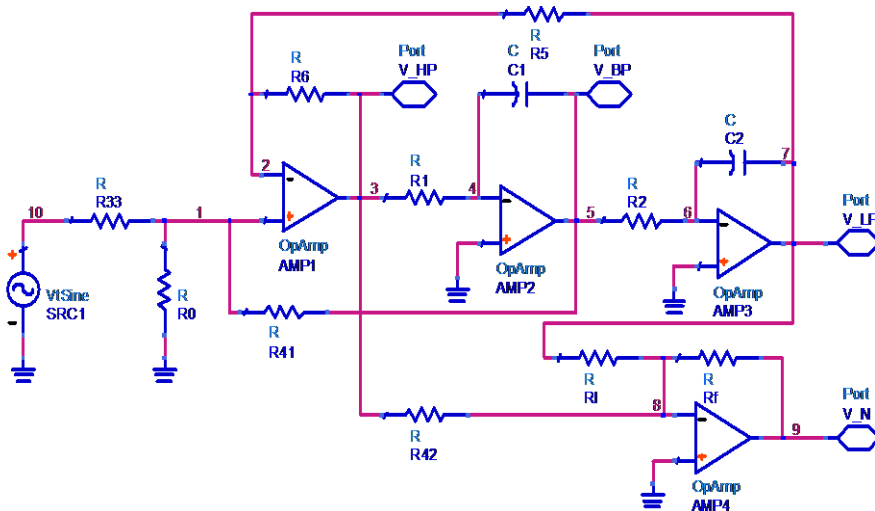
Symbolic True, Realiza todos los cálculos en

simbólico sin utilizar el valor numérico de cada elemento circuital.

HelpLevel 2, Nivel de información mostrada por pantalla.

Figura 4. Ayuda en línea generada por el algoritmo.

La descripción topológica del circuito, figura 5.a, se introduce en un fichero *netlist* o estructura de datos que el analizador procesa (figura 5.b).



```
multiFiltro=Circuito[
{"Vin",{ 10, 0},1},
{"R3",{ 10, 1},1},
{"R0",{ 1, 0},1},
{"R41",{ 1,5},1},
{"Oamp1",{ 1, 2, 3}},
{"R6",{ 2,3},1},
{"R1",{ 3, 4},1},
{"C1",{ 4, 5},1},
{"Oamp2",{ 0, 4, 5}},
{"R2",{ 5, 6},1},
{"C2",{ 6, 7},1},
{"Oamp3",{ 0, 6, 7}},
{"R5",{ 7, 2},1},
{"RL",{ 7, 8},1},
{"Oamp4",{ 0, 8, 9}},
{"Rf",{ 8, 9}, 1},
{"R42",{ 8, 3}, 1}];
```

Figura 5.a) Esquema de multifiltro analógico **5.b)** Netlist

A continuación se realiza la llamada al analizador en `[SNCA[multiFiltro, Symbolic→True, HelpLevel→0]` en Mathematica[®] que devuelve tanto el sistema de ecuaciones que representa al circuito electrónico como la resolución de cada una de las tensiones nodales y corrientes, ver figuras 6 y 7 que pueden ser ampliadas a todas las submatrices intermedias incrementando el valor de *HelpLevel*.

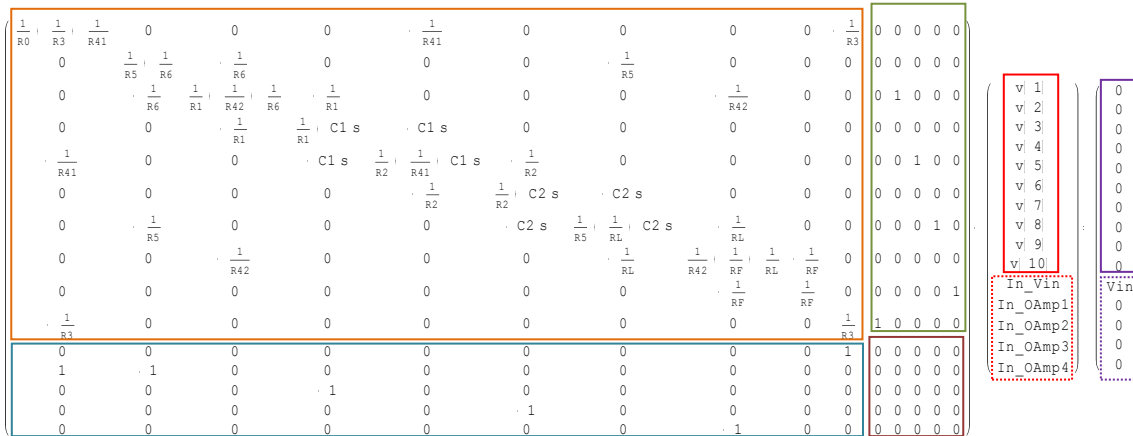


Figura 6. Sistema de ecuaciones correspondientes al circuito, figura 5.a

Además se pueden obtener las expresiones simbólicas compactas de las tensiones correspondientes a los nodos de salida del circuito, como se muestra en la figura 7.

$$\begin{aligned}
 \text{VHP} &: \mathbf{V} | 3 | ; \\
 \text{VLP} &: \mathbf{V} | 7 | ; \\
 \text{VBP} &: \mathbf{V} | 5 | ; \\
 \text{VNotch} &: \mathbf{V} | 9 | ; \\
 \\
 \text{VNsims} &: \text{FullSimplify} \text{ VNotch} \\
 & \frac{R0 R41 | R5 + R6 | RF | R42 + C1 C2 R1 R2 RL s^2 | Vin}{R42 RL | (R3 R41 + R0 | R3 + R41 | R6 + C2 R0 R2 R3 | R5 + R6 | s + C1 C2 R1 R2 | R3 R41 + R0 | R3 + R41 | R5 s^2)} \\
 \\
 \text{VBPsims} &: \text{FullSimplify} \text{ VBP} \\
 & \frac{C2 R0 R2 R41 | R5 + R6 | s Vin}{(R3 R41 + R0 | R3 + R41 | R6 + C2 R0 R2 R3 | R5 + R6 | s + C1 C2 R1 R2 | R3 R41 + R0 | R3 + R41 | R5 s^2)}
 \end{aligned}$$

Figura 7. Expresiones simbólicas de tensiones de salida

Una vez se disponen de las expresiones simbólicas se puede calcular las funciones de transferencia, diagramas polo-cero, sensibilidad y todas las gráficas que necesiten haciendo uso de las herramientas disponibles en Mathematica.

5. Esfuerzo computacional

El algoritmo se ha utilizado para la resolución simbólica de un conjunto de circuitos de test formados por elementos pasivos y amplificadores operacionales con un conjunto total de incógnitas (tensiones nodales y corrientes auxiliares introducidas por los elementos activos) entre 7 y 35. La obtención de las expresiones simbólicas de las incógnitas es muy rápida gracias a las capacidades de MATHEMATICA pero se ha detectado que la mayor parte del esfuerzo computacional se realiza en la simplificación de la expresión simbólica.

Tabla 2. Tiempos de formulación y simplificación.

	Nº Incógnitas	Formulación	Simplificación simple	Simplificación completa
Sallen-Key	7	0.063 seg.	0.01 seg.	0.017 seg.
Red RL-C 5º Orden	11	0.874 seg.	0.14 seg.	0.452 seg.
Multifiltro	15	0.234 seg.	0.078 seg.	0.297 seg.
Filtro Cauer 9º orden [11]	35	1.32 seg.	758 seg.	818 seg.
Filtro Paso Banda [12]	46	6.66 seg.	1829 seg.	35097 seg.

5. Conclusiones

El analizador simbólico presentado reúne una serie características que lo hacen una opción ideal para su utilización en entornos docentes y permite, además, acercar al alumno a los procesos involucrados en el análisis y diseño de circuitos electrónicos con herramientas TCAD. El acceso a variables de tensión o corriente facilita la comprensión de los cálculos involucrados en una simulación de circuitos. La gran cantidad de ejemplos resueltos incluidos en la distribución de la herramienta, el acceso al código fuente actualizado para poder ampliarlo hacen del analizador una aplicación de referencia, en castellano, que puede ayudar a la comunidad educativa en sus tareas docentes. Finalmente es necesario indicar que deben realizarse mejoras en el procedimiento de simplificación de las expresiones simbólicas para mejorar los tiempos globales de simplificación así como el procedimiento de resolución del sistema de ecuaciones donde se tenga en cuenta la gran cantidad de elementos nulos existentes.

Referencias

- [1] Lin, P.M., *Symbolic Network Analysis*. Elsevier, 1999
- [2] Fernández F.V, Rodríguez-Vazquez A., *Symbolic Analysis Tools – The state of the art*. IEEE Int. Sympo. Circuit and Systems, pp. 798 – 801, Atlanta (1996)
- [3] Chung-Wen Ho; Ruehli, A.; Brennan, P., *The modified nodal approach to network analysis*. [Circuits and Systems, IEEE Transactions on](#) Volume 22, [Issue 6](#), pp. 504 - 509 (1975)
- [4] M. Pierzchała, B. Rodanski, “Generation of Sequential Symbolic Network Functions for Large-Scale Networks by Circuit Reduction to a Two-Port,” IEEE Trans. on Circuits and Systems - I: Fundamental Theory and Applications, vol. 48, no. 7, pp. 906-909, July 2001.
- [5] Hachtel, G.; Brayton, R.; Gustavson, F., *The Sparse Tableau Approach to Network Analysis and Design*. [Circuits Theory, IEEE Transactions on \[legacy, pre - 1988\]](#) Volume 18, [Issue 1](#), pp. 101 – 113, 1971.
- [6] Fernández F.V, Rodríguez-Vazquez A., *Symbolic Analysis Tools – The state of the art*. IEEE Int. Sympo. Circuit and Systems, pp. 798 – 801, Atlanta (1996)
- [7] Geilen G., Walscharts H., Sansen W., *ISAAC: A Symbolic Simulator for Analog Integrated Circuits*. IEEE J. Solid State Circuits. Vol.24, N° 6, pp 1587-1597, 1989
- [8] Wierzba G., Srivastaba A., *Sspice – A Symbolic SPICE program for linear Active Circuits*. Proc. IEEE Midwest Symp. Circuits and Systems, pp 1197-1201, 1989.
- [9] Fernández F.V, Rodríguez-Vazquez A. et al, *Formula approximation for Flat and Hierarchical Symbolic Analysis*. Analog Integrated Circuits and Signal Processing. Vol. 3, pp. 43-58, Kluwer, 1993
- [10] Seda S., Degrauwe M., Fichner W., *Lazy-Expansion Symbolic Expression Approximation in SYNAP*. Proc. IEEE Int. Conf. Computer-Aided Design, pp 664-671, 1994.
- [11] Vlach J., Singhal K., *Computer Methods for Circuit Analysis and Design* (2nd ed.). New York: Van Nostrand Reinhold, 1994
- [12] Starzyk J.A., Konczykowska A., *Flowgraph analysis of large electronic networks*, IEEE Trans. on Circuits and Systems, vol. 33, no. 3, pp. 302-315, March 1986