

ANÁLISIS DE SISTEMAS, NO NECESARIAMENTE ELÉCTRICOS, CON PSPICE

Eduardo J. Peralías

Departamento de Electrónica y Electromagnetismo, Universidad de Sevilla
Instituto de Microelectrónica de Sevilla, Centro Nacional de Microelectrónica, CSIC
Avda. Reina Mercedes s/n, Edificio CICA, 41012-Sevilla
Tel: (95) 423 99 23; Fax: (95) 423 18 32; e-mail: peralias@cnm.us.es

Resumen.- El tema central de esta comunicación es presentar algunos ejemplos que muestran las grandes posibilidades que ofrece el ampliamente extendido programa de simulación de circuitos PSPICE [1] para resolver no sólo problemas del área de la electrónica sino también cualquier otro que pueda describirse mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO).

1.- Introducción

La motivación origen que ha suscitado la presentación de esta comunicación ha sido el deseo de mostrar a alumnos que cursan estudios superiores de electrónica, cómo un programa de uso dedicado al análisis de circuitos eléctricos, en este caso PSPICE, permite realizar el análisis numérico del comportamiento y evolución de sistemas que se describen mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales. La base matemática que lo permite es, sencillamente, el hecho de que dicho programa está originalmente dotado de un conjunto potente de algoritmos, diseñados para realizar la integración numérica de un sistema de ecuaciones diferenciales, independientemente de si dicho sistema gobierna el comportamiento de un circuito electrónico o el movimiento de un conjunto de osciladores mecánicos acoplados. Los motivos principales por los que PSPICE se constituye en simulador de tipo dedicado, es la incorporación interna de modelos físicos para dispositivos electrónicos y los tipos de análisis propios de la teoría de circuitos.

Describiremos a continuación los principales puntos en que basamos nuestra opinión, de lo adecuado que puede ser la familiarización del alumnado con la técnica que presentamos en esta comunicación:

a) Actualmente creemos que es de uso muy extendido, por no decir generalizado, el que en todos los centros donde se cursan estudios superiores de electrónica, se imparten prácticas o seminarios acerca del uso de simuladores de circuito de la familia de SPICE. Esta circunstancia hace muy familiar el uso de la herramienta durante los años de estudios y provee de un cierto dominio de la misma para el futuro graduado.

b) El estado del arte actual de la técnica informática y su difusión comercial a través de plataformas tipo PC cada vez más asequibles para todos los bolsillos, permiten que el pre-graduado, futuro profesional de la electrónica, así como los ya graduados, dispongan para su uso personal, de una de estas plataformas en sus hogares con el correspondiente software de simulación adecuado para las tareas de estudio, investigación o laborales. Una herramienta software que es prácticamente inevitable, es cualquier simulador eléctrico de la familia de SPICE. La versión liberalizada para PC de PSPICE permite en la actualidad no sólo cubrir la mayoría de los problemas que pueden surgir durante los estudios de la especialidad de electricidad y electrónica,

sino también la de pequeños problemas anejos a cualquier actividad de investigación y estudio de un profesional del área. Un problema típico puede ser la necesidad de analizar un comportamiento de alto nivel de un sistema del que no se dispone aún de ninguna implementación o arquitectura física y sí de las ecuaciones diferenciales que lo describen.

Éste, como ya hemos argumentado anteriormente, es nuestro asunto central de la comunicación. El uso familiar del simulador eléctrico y la simple técnica que se comentará e ilustrará posteriormente con ejemplos, permitirán al estudiante o profesional resolver el problema sin demasiada dificultad y sin tener la necesidad de recurrir a un simulador o software especial.

c) La incorporación de post-procesado gráfico de las simulaciones potencian la comprensión de las mismas. Actualmente PSPICE dispone de una versión de su procesador gráfico PROBE de muy alta calidad y versatilidad, con salida disponible para una gran variedad de dispositivos de visualización y copia impresa. La disponibilidad de una versión de PSPICE sobre un entorno Windows como el de MicroSoft incrementa notablemente las prestaciones.

Aunque la visualización gráfica de las curvas integrales que resuelven el sistema de ecuaciones diferenciales no es una condición indispensable para resolver un determinado problema, sí nos ha parecido propio indicar esto como un punto a favor, en especial por el conocimiento que disponemos de otros entornos dedicados a la resolución general de problemas de EDOs, en los que se descubre el gran esfuerzo informático que se ha realizado en simplificar las tareas gráficas y de post-procesado de modo que la intervención del usuario sea la mínima imprescindible; como ejemplo de gran relevancia referenciamos la aplicación SIMULINK del paquete matemático MATLAB (*MATLAB* es una marca registrada de The MathWorks Inc.).

En la sección 2 enumeramos los pasos a seguir para poder resolver el sistema de EDOs con el simulador eléctrico. La sección 3 describe los elementos o primitivas mínimas que se usarán en el simulador para implementar los términos de las EDOs. Por último en la sección 4 se muestran un par de ejemplos en los que se ha aplicado la técnica.

2.- Adaptación de EDOs al simulador eléctrico

a) Suponemos que inicialmente ya disponemos de las expresiones diferenciales que describen el comportamiento del sistema. De algún modo es preciso también conocer o intuir los dominios de posibles condiciones iniciales o de contorno que van a dar solución al problema de Cauchy. En caso de no disponer de esta información, efectuaremos las simulaciones bajo condiciones iniciales arbitrarias.

b) Usando transformaciones elementales, modificaremos el sistema de partida a uno de primer orden, no necesariamente de tipo normal.

c) La variable independiente del sistema de EDOs se asociará a la variable *tiempo* del simulador eléctrico. Por lo que cuando ya tengamos implementado el sistema en el simulador, el análisis que se efectuará para obtener la solución del mismo será de tipo *transitorio* (.TRAN). Además como debemos partir de unas determinadas condiciones iniciales dadas, se especificará en aquella misma directiva la opción UIC. En la sección 3 se mostrará la forma de especificar las condiciones iniciales.

d) Para implementar en PSPICE el sistema de ecuaciones es preciso que lo identifiquemos con una representación circuital, aunque el sistema sea de origen no eléctrico. Para realizar esto usaremos tres elementos básicos principales o primitivas: las fuentes controladas, fuentes independientes e integradores. Las dos primeras nos permiten describir las interrelaciones y acoplos existentes entre las distintas variables incógnitas del sistema, así como las funciones explícitas de la variable independiente. Los integradores nos permitirán eliminar los ordenes de derivación de las incógnitas.

Identificaremos pues las variables incógnitas a tensiones en nudos de este circuito equivalente. Obviaremos la no concordancia de dimensiones. Esto último no presenta ningún problema porque tan sólo nos interesa la integración numérica de las EDOs. Además la resolución matemática estricta de la resolución de ecuaciones diferenciales asociadas a sistemas físicos exige la eliminación previa de dimensiones en el sistema, para la discusión de escalas y la posible realización de aproximaciones que simplifiquen la resolución.

Precisamente en el análisis numérico de un sistema nos interesa haber realizado este paso previo, con objeto de controlar aquellas escalas que nos van a permitir estudiar las soluciones asintóticas en una simulación no excesivamente larga.

3.- Elementos básicos para la aplicación de la técnica

3.1.- Fuentes independientes

Implementan aquellas funciones que aparezcan en el sistema de EDOs como funciones explícita y exclusivamente de la variable independiente. En este aspecto los simuladores eléctricos tipo SPICE presentan un grupo de funciones que puede ser muy reducido para un problema en particular, ya que únicamente permiten funciones lineales a tramos, pulsos, sinusoidales generalizadas y exponenciales. Además puede ocurrir que existan funciones en el sistema de EDOs que dependan conjuntamente de las variables incógnitas del sistema y de la variable independiente. Si éste es el caso o bien la función que tenemos que implementar no ésta dentro del grupo anteriormente expuesto, entonces el problema lo resolveremos con las *fuentes dependientes*.

3.2.- Fuentes dependientes VCVS

Como hemos comentado antes se usarán para establecer las relaciones funcionales (en general no lineales) de las variables incógnitas entre sí y/o las incógnitas y la variable independiente. Para nuestra implementación en PSPICE usaremos las formas que se presentan en la Fig.1

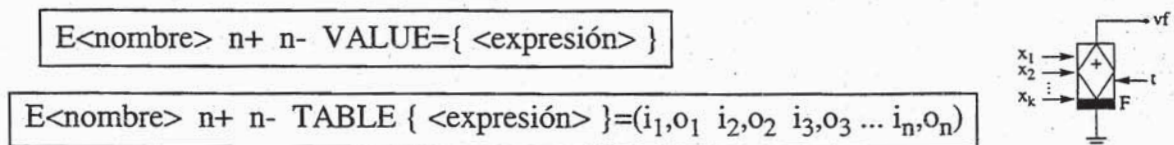


Fig. 1. Símbolo y representaciones PSPICE para funciones

En la Fig.1 <expresión> es una función construida con funciones matemáticas elementales que PSPICE ya tiene integradas (operadores aritméticos, función valor absoluto, función potencia, funciones trigonométricas, funciones exponencial y logarítmicas,...). Los argumentos de tal función son las tensiones nodales que hemos identificado con las variables incógnitas del sistema. Si además aparece la variable independiente (asociada al tiempo) debe ser representada con el símbolo global predefinido por PSPICE: *time*.

El símbolo representado en la Fig.1 representa la asociación de la tensión vf con el valor instantáneo de la función F :

$$vf = F(x_1, x_2, \dots, x_k, t)$$

3.3.- Integradores

Van a permitir eliminar un orden de derivación de las incógnitas. Su representación la mostramos en la Fig.2.

Como PSPICE no tiene ninguna primitiva que realice la función de integrador, usaremos un subcircuito diseñado para tal propósito. El subcircuito está formado por tres elementos, una resistencia, un condensador y una VCVS lineal, en disposición de integrador RC. La ganancia de la VCVS adoptada es de $A_o = 200dB$ que es suficientemente alta como para asegurar la precisión de los cálculos y suficientemente baja como para evitar problemas de convergencia de las solu-

ciones. La resistencia presenta un valor $R = \{-1/K_{int}\}$, donde K_{int} es la constante multiplicativa que presenta la función integración. La capacidad del condensador es 1 y se carga inicialmente con una tensión $\{io\}$. Como la salida del integrador siempre va a coincidir con una de las incógnitas del sistema, las condiciones iniciales se introducirán siempre como la tensión inicial del condensador de realimentación en el integrador.

```
.subckt INTEGID in out params: Kint=-1.0 io=0.0
Rin in vm {-1/Kint}
Cf out vm 1 IC={io}
Eop out 0 0 vm 1e10
.ends INTEGID
```

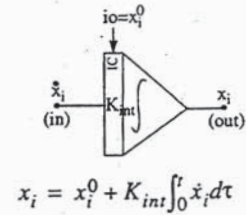


Fig. 2. Símbolo y representación PSPICE para el Integrador

4.- Ejemplos

4.1.- Oscilador de Wien

En este problema queremos encontrar soluciones numéricas al sistema de EDOs siguiente

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{1}{\tau}(x_1 + x_2 - f(x_1)) \\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{\tau}(x_1 + 2x_2 - 2f(x_1)) \end{cases} \quad , f(x) = \frac{1}{2}\{|(k+1)x + 5| - |(k+1)x - 5|\} \quad (1)$$

$\tau = 39\mu s$

para distintos valores de k .

El sistema es ya de primer orden. Es inmediato asociar las dos incógnitas x_1, x_2 a las salidas de dos integradores, en cuyas entradas están dos VCVS y cuyas funciones deben ser los segundos miembros del sistema. Con objeto de hacer el sistema más observable al estudio, independizaremos la función $f(\cdot)$ en la salida de otra VCVS. Esta disposición se muestra en la Fig.3. Además con propósitos didácticos hemos incluido el signo negativo de las funciones en la constante del integrador.

```
.param tau=39u K=5 x10=0.1 x20=0.0
En1 p1 0 VALUE={{(v(1)+v(2)-v(3))/tau}
Xint1 p1 1 INTEGID params: Kint=-1 io={x10}
En2 p2 0 VALUE={{(v(1)+2*v(2)-2*v(3))/tau}
Xint2 p2 2 INTEGID params: Kint=-1 io={x20}
Eamp 3 0 TABLE {(1+K)*v(1)} = (-5,-5 5,5)
.TRAN 2u 2m 0 1u UIC
```

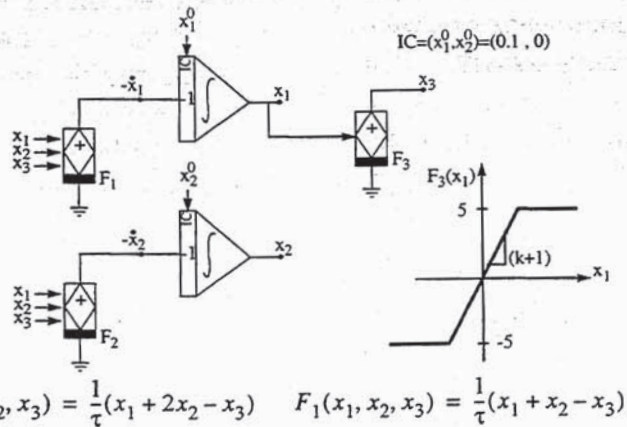


Fig. 3. Diagrama asociado y representación PSPICE para el sistema del ejemplo 1

En la Fig.3 se ha incluido parte del fichero de entrada para PSPICE que implementa el sistema de EDOs propuesto. Tomando en el mismo, $K=5$ y las condiciones iniciales señaladas en la figura, se obtienen los resultados que se muestran en la Fig.4. En la gráfica a) se observan las soluciones obtenidas en función del tiempo y en la gráfica b) se muestra la trayectoria de fase correspondiente a este caso. Se observa la condición inestable del origen del plano de fases y la aparición de un ciclo límite como consecuencia de la acotación forzada de las variables.

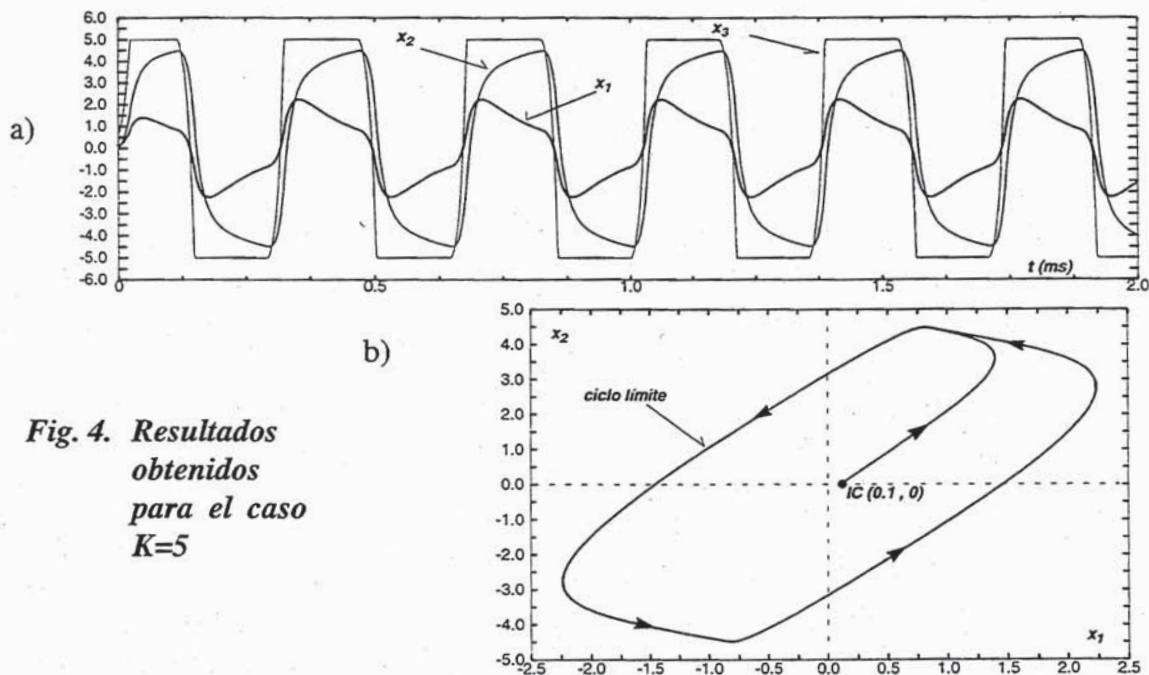
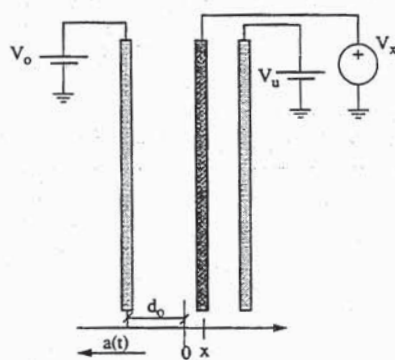


Fig. 4. Resultados obtenidos para el caso $K=5$

4.2.- Acelerómetro en Circuito Integrado (Sensor de aceleración)

Este ejemplo intenta mostrar el estudio del comportamiento de un sistema micromecánico controlado por un circuito electrónico. El sistema micromecánico (acelerómetro) está formado por tres armaduras, dos de ellas solidarias al sistema cuya aceleración se quiere medir y otra móvil respecto del mismo. Las armaduras están conectadas a fuentes de tensión. El sistema se esquematiza en la Fig.5. En la misma se detalla la EDO que modela el movimiento de la móvil.



$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + kx = ma(t) + \frac{\epsilon_a A}{2} \left\{ \left(\frac{V_x - V_u}{d_u - x} \right)^2 - \left(\frac{V_o - V_x}{d_o + x} \right)^2 \right\}$$

Masa de la armadura móvil: $m = 2 \text{ nKg}$.

Coefficiente de fricción viscosa: $\gamma = 500 \mu\text{Ns/m}$.

Coefficiente de rigidez: $k = 2.5 \text{ N/m}$

Área de la armadura móvil: $A = 0.2 \mu\text{m}^2$.

Distancia posición de equilibrio armadura solidaria: $d_o = d_u = 2 \mu\text{m}$

Permitividad del aire: $\epsilon_a = 8.85918 \text{ p(SI)}$.

Tensiones de armaduras solidarias: $V_o = -V_u = 1.5 \text{ volt}$

Fig. 5. Representación esquemática y parámetros físicos de un acelerómetro integrado

Si el sistema no acelera, la armadura móvil se mantiene en su posición de equilibrio ($x=0$) bajo un determinado estímulo V_x . En caso de existir aceleración, la armadura móvil abandonará la posición de equilibrio y entonces un circuito de control que actúa directamente sobre la tensión V_x deberá contrarrestar la fuerza de inercia existente con el desequilibrio electrostático entre las tres armaduras. El objetivo del sistema de control electrónico será devolver a la armadura móvil a la posición de equilibrio en el caso de existir aceleración. La tensión de control generada V_x deberá pues estar correlacionada con la aceleración y por tanto ésta podrá ser medida mediante un voltímetro adecuado.

En general la medida de la posición de la armadura móvil se realiza mediante la medida de la diferencia de las capacidades existentes entre los condensadores formados por las armaduras solidarias con la móvil. Este procedimiento es aprovechado para implementar el control con técnicas SC (*Switched Capacitor*) y de esta forma el sensor de aceleración se tiene completo en un mismo sustrato [2]. Con objeto de simplificar nuestro ejemplo, realizaremos el control en tiem-

po continuo. En particular se muestra en la Fig.6 que el control está realizado mediante un filtro PI (Proporcional-Integrador) RC.

En la Fig.6 se muestra el esquema que se ha implementado en PSPICE para realizar la simulación numérica, así como la función aceleración a la que se ha sometido el sistema.

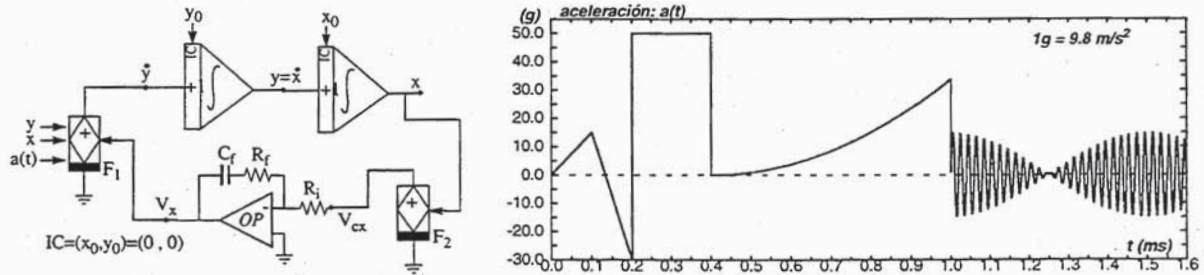


Fig. 6. Diagrama asociado al acelerómetro integrado en PSPICE

Algunos resultados obtenidos con PSPICE para este ejemplo se muestran en la Fig.7. Obsérvese como actúa el control sobre la posición de la armadura móvil en a), véase el error en estado estacionario para cada situación de la entrada. En b) se tiene la comparación entre la entrada y el valor medido para V_x con un factor apropiado de escala.

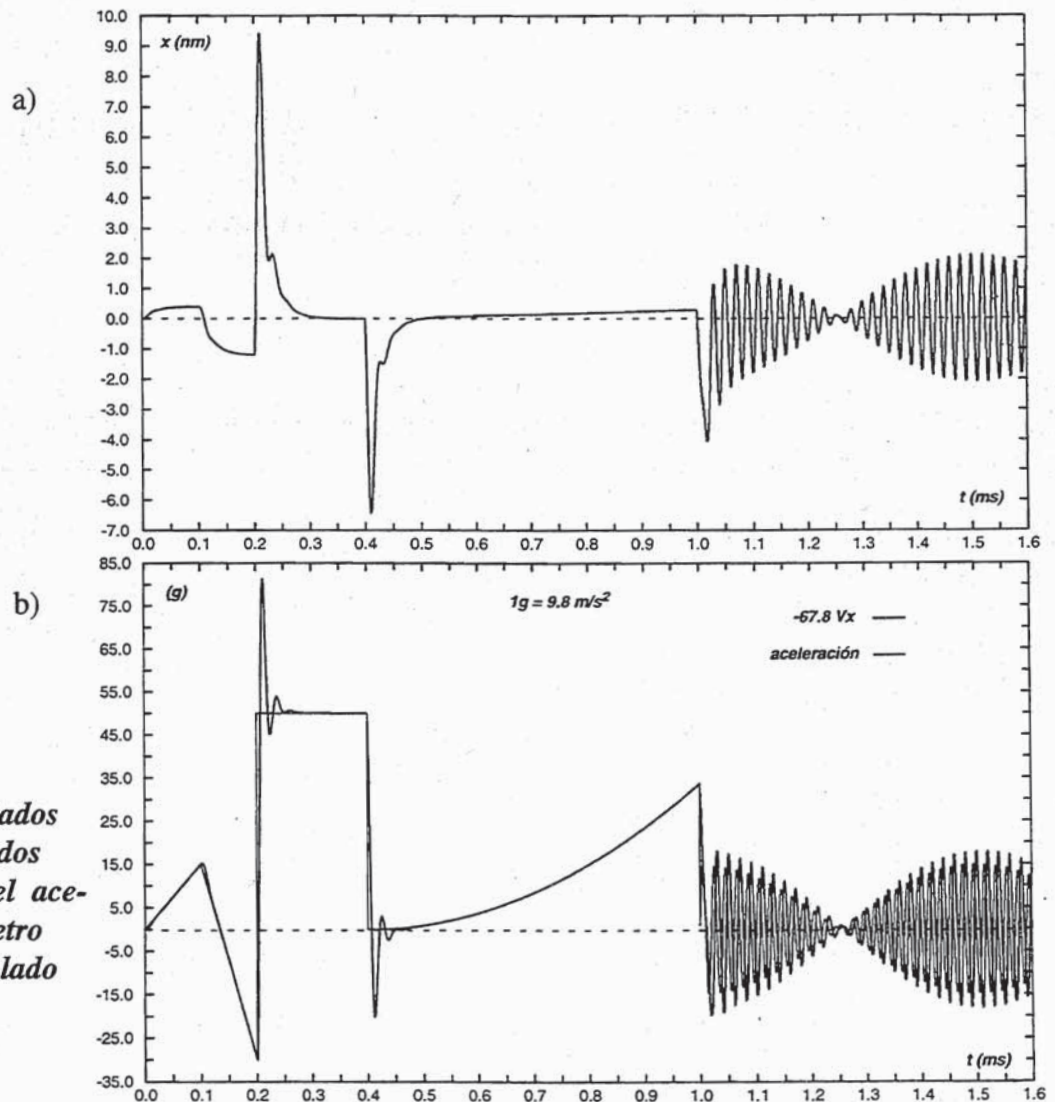


Fig. 7. Resultados obtenidos para el acelerómetro controlado

5.- Referencias

- [1] PSpice, es una marca registrada de Microsim Corporation.
- [2] Herbst,D.,Hoefflinger,B. "Integrated Interface Circuits for Capacitive Micromechanical Sensors", *Analog Circuit Design, Mixed A/D Circuit Design, Sensor Interface Circuits and Communication Circuits*, Kluwer Academic Publishers, 1994.